

ALGORITMI DE CĂUTARE ȘI SORTARE

CURSURI 12- 18.05.2021

Titular: Șef. Lucr. Dr. Mat. Cărbureanu Mădălina

Copyright@Departamentul de Automatică, Calculatoare și Electronică

Universitatea Petrol-Gaze din Ploiești

OBJECTIVE:

- Algoritmi de căutare:
 - Căutarea secvențială și căutarea binară;
- Algoritmi de sortare:
 - Sortarea prin interschimbare și prin interclasare;
 - Sortarea prin selecție și prin numărare;
 - Sortarea prin inserție și sortarea rapidă.

Algoritmi de căutare

- **Căutarea secvențială:**

- presupune verificarea apartenenței unui element oarecare (unei chei citite de la tastatură) la un șir (vector, tablou unidimensional) de elemente de același tip;
- presupune identificarea cheii căutate succesiv în componentele unui șir neordonat sau ordonat (crescător sau descrescător).

(1) citire de la tastatură valoare căutată (val);

(2) inițializare variabilă booleană găsit←0;

(3) pentru $i \leftarrow 1, \dots, n$ execută

(4) dacă $val == a[i]$ atunci găsit←1 și poziție←i;

(5) sfârșit;

(6) dacă găsit==1 atunci afișează poziția (poziție) valorii căutate în șir;

(7) altfel afișează mesaj “Valoarea căutată nu este element al șirului”;

Fig. 1. Căutare secvențială-pseudocod

Algoritmi de căutare

- Exemplificare mod lucru algoritm căutare secvențială:
 - Fie șirul $a[10]$ cu $n=5$ elemente numere întregi: $a[1]=1$, $a[2]=5$, $a[3]=2$, $a[4]=4$ și $a[5]=3$. Pași necesari în parcurgerea algoritmului ce stă la baza căutării secvențiale a valorii (cheii) $val=4$ sunt următorii:
 - $găsit \leftarrow 0$;
 - pentru $i=1$ se testează dacă valoarea căutată $4==a[1]$ ($a[1]=1$); condiția nu este îndeplinită, motiv pentru care se incrementează i cu o unitate, deci $i=2$;
 - se verifică dacă $i=2 \leq n$ ($n=5$) și dacă este îndeplinită, atunci se compară valoarea căutată $4==a[2]$ ($a[2]=5$); condiția nu este îndeplinită, motiv pentru care se incrementează i cu o unitate, deci $i=3$;
 - se verifică dacă $i=3 \leq n$ ($n=5$) și dacă este îndeplinită, atunci se compară valoarea căutată $4==a[3]$ ($a[3]=2$); condiția nu este îndeplinită, motiv pentru care se incrementează i cu o unitate, deci $i=4$;
 - se verifică dacă $i=4 \leq n$ ($n=5$) și dacă este îndeplinită, atunci se compară valoarea căutată $4==a[4]$ ($a[4]=4$); condiția este îndeplinită, motiv pentru care algoritmul se încheie cu succes, $găsit \leftarrow 1$ și se afișează poziția i ($poziție \leftarrow i$) pe care se regăsește valoarea căutată în șirul dat.
 - în caz contrar algoritmul se încheie cu insucces (valoarea căutată nu este element al șirului, $găsit \leftarrow 0$).

Algoritmi de căutare

- Căutarea binară:

- presupune căutarea unei valori (chei) citite de la tastatură într-un șir cu n elemente numere întregi, șirul fiind neapărat ordonat crescător.

(1) citire de la tastatură valoare căutată (val);
(2) inițializare variabilă booleană găsit←0;
(3) inițializare ind ₁ ←1;
(4) inițializare ind ₂ ←n;
(5) execută
(6) m←(ind ₁ + ind ₂)/2;
(7) dacă (val==a[m]) atunci găsit←1; poziție←m; break;sfârșit;
(8) altfel dacă (val>a[m]) ind1←m+1;
(9) altfel ind2←m-1;
(10) sfârșit;
(11) cât timp ind ₁ ≤ ind ₂ și not(găsit);

Fig. 2. Căutarea binară - pseudocod

Algoritmi de căutare

- **Exemplificare mod lucru algoritm căutarea binară:**
- Șir $a[10]$ ordonat crescător cu $n=6$ elemente numere întregi, respectiv $a[1]=1$, $a[2]=2$, $a[3]=3$, $a[4]=4$, $a[5]=5$ și $a[6]=6$. Pași necesari în parcurgerea algoritmului ce stă la baza căutării binare a valorii (cheii) citite de la tastatură $val=5$ sunt următorii:
- $găsit \leftarrow 0$; $ind_1 \leftarrow 1$; $ind_2 \leftarrow 6$;
- se identifică jumătatea șirului, respectiv $m \leftarrow (ind_1 + ind_2) / 2$, respectiv $m \leftarrow [3.5] = 3$ și se împarte șirul inițial în două subșiruri (subșir1: [1, 2, 3]; subșir 2: [4, 5, 6]) după valoarea lui m ;
- se verifică dacă $5 == a[3]$ ($a[3]=3$); după cum se poate observa, condiția nu este îndeplinită, motiv pentru care se testează dacă $(5 > a[3])$ ($a[3]=3$); condiția este îndeplinită, deci căutarea se va efectua în cel de-al doilea subșir, respectiv [4, 5, 6] prin modificarea $ind_1 \leftarrow 4$, valoarea rămânând aceeași pentru ind_2 ($ind_2 \leftarrow 6$);
- se caută $val=5$ în subșirul 2 [4, 5, 6], se identifică jumătatea acestuia, respectiv $m \leftarrow [5]$ și se împarte și acest subșir, la rândul lui, în alte două subșiruri (subșir₂₁: 4; subșir₂₂: 6);
- se verifică dacă valoarea căutată 5 este chiar jumătatea subșirului 2 [4, 5, 6], respectiv $5 == a[5]$ ($a[5]=5$); după cum se poate observa, condiția este îndeplinită, variabila $găsit \leftarrow 1$ și *poziție* $\leftarrow 5$ caz în care algoritmul se încheie cu succes (valoarea cautată este element al șirului inițial și eventual se afisează și poziția pe care aceasta valoare se găsește în șir); altfel, și acest subșir se împărțea în alte două subșiruri, iar algoritmul se relua pentru subșirurile obținute;
- algoritmul se aplică atâta timp cât valoarea căutată nu este identificată printre elementele șirului dat (*not(găsit)*) și $ind_1 \leq ind_2$.

Algoritmi de sortare

- **Sortarea prin interschimbare (Bubble Sort):**

- deși este cea mai lentă metodă de sortare (nu este cea mai eficientă), din punct de vedere conceptual este cea mai simplă;
- algoritmul constă în compararea succesivă a câte doi termeni din vectorul ce se dorește a se sorta (crescător sau descrescător); inițial, se compară primii doi termeni ai șirului și dacă valoarea numerică a primului termen este mai mare decât valoarea numerică a celui de-al doilea termen, atunci se interschimbă pozițiile acestor doi termeni, astfel încât primul termen trece pe poziția pe care se află al doilea termen în cadrul tabloului ce trebuie sortat.;
- algoritmul se repetă până când nu mai există nicio neconcordanță între valorile termenilor din vector (nu a mai fost efectuată nicio interschimbare).

Algoritmi de sortare

- Sortarea prin interschimbare (Bubble Sort):

Varianta 1	Varianta 2	Varianta 3
(1) execută	pentru $i \leftarrow 1, \dots, n-1$	pentru $i \leftarrow 1, \dots, n-1$
(2) $t \leftarrow 0$;	pentru $j \leftarrow i+1, \dots, n$ execută	pentru $j \leftarrow 1, \dots, n-i$ execută
(3) pentru $i \leftarrow 1, \dots, n-1$ execută	dacă $v[i] > v[j]$ atunci	dacă $v[j] > v[j+1]$ atunci
(4) dacă $v[i] > v[i+1]$ atunci	$aux \leftarrow v[i]$;	$aux \leftarrow v[j]$;
(5) $aux \leftarrow v[i]$;	$v[i] \leftarrow v[j]$;	$v[j] \leftarrow v[j+1]$;
(6) $v[i] \leftarrow v[i+1]$;	$v[j] \leftarrow aux$;	$v[j+1] \leftarrow aux$;
(7) $v[i+1] \leftarrow aux$;	sfârșit;	sfârșit;
(8) $t \leftarrow 1$;	sfârșit;	sfârșit;
(9) sfârșit;		
(10) sfârșit;		
(11) sfârșit;		
(12) cât timp $t < > 0$;		

Exemplificare
alg. Bubble Sort
(varianta 2), pag.
214.

Fig. 3. Variante implementare Bubble Sort- pseudocod

Algoritmi de sortare

- **Sortarea prin interclasare (Merge Sort):**

- constă în construirea unui șir cu $n+m$ elemente numere întregi, format cu elementele a două șiruri ordonate crescător (condiție obligatorie), primul șir cu n elemente și al doilea cu m elemente;
- presupune fuzionarea a două șiruri ordonate crescător, în mod eficient, astfel încât să rezulte un șir de asemenea ordonat crescător, care să conțină elementele celor două șiruri inițiale;
- în acest sens, se va nota cu i indicele elementului la care s-a ajuns în primul vector ($a[10]$ cu n elemente), cu j indicele elementului la care s-a ajuns în al doilea vector ($b[10]$ cu m elemente) și cu k indicele elementului care urmează a fi trecut în cel de-al treilea vector ($c[20]$ cu $n+m$ elemente).

Algoritmi de sortare

- **Sortarea prin interclasare (Merge Sort):**
- **Algoritmul Merge Sort** are la bază comparațiile repetate între elementele șirului $a[10]$ cu elementele șirului $b[10]$, atâta timp cât nu s-a atins sfârșitul primului șir ($i \leq n$) și nici sfârșitul celui de-al doilea șir ($j \leq m$), astfel:
- dacă $a[i] > b[j]$ ($i=1, \dots, n; j=1, \dots, m$), atunci se introduce în șirul $c[k]$ elementul $b[j]$ și indicele j este incrementat cu o unitate ($j \leftarrow j+1$), respectiv se trece la următorul element din șirul $b[10]$;
- dacă $a[i] < b[j]$ ($i=1, \dots, n; j=1, \dots, m$), atunci se introduce în șirul $c[k]$ elementul $a[i]$ și indicele i este incrementat cu o unitate ($i \leftarrow i+1$), respectiv se trece la următorul element din șirul $a[10]$;
- în ambele situații mai sus menționate, se incrementează indicele k cu o unitate ($k \leftarrow k+1$), respectiv crește numărul de elemente din șirul rezultat $c[20]$;
- dacă mai rămân elemente în șirul $a[10]$ care nu mai au cu ce elemente din șirul $b[10]$ să fie comparate, șirul $b[10]$ fiind epuizat ca elemente testate, acestea pur și simplu se adaugă la sfârșitul șirului $c[20]$, iar algoritmul se încheie;
- dacă mai rămân elemente în șirul $b[10]$ care nu mai au cu ce elemente din șirul $a[10]$ să fie comparate, șirul $a[10]$ fiind epuizat ca elemente testate, acestea pur și simplu se adaugă la sfârșitul șirului $c[20]$, iar algoritmul se încheie;
- se afișează șirul ordonat crescător obținut, respectiv $c[20]$.

Algoritmi de sortare

```
(1)  $i \leftarrow 1; j \leftarrow 1; k \leftarrow 1;$   
(2) cât timp ( $i \leq n$ ) și ( $j \leq m$ ) execută  
(3)   dacă ( $a[i] > b[j]$ ) atunci  $c[k] \leftarrow b[j]; j \leftarrow j+1;$   
(4)   altfel  $c[k] \leftarrow a[i]; i \leftarrow i+1;$   
(5)    $k \leftarrow k+1;$   
(6) sfârșit;  
(7) pentru  $l \leftarrow i, \dots, n$  execută  
(8)    $c[k] \leftarrow a[l]; k \leftarrow k+1;$   
(9) sfârșit;  
(10) pentru  $l \leftarrow j, \dots, m$  execută  
(11)   $c[k] \leftarrow b[l]; k \leftarrow k+1;$   
(12) sfârșit;  
(13) pentru  $k \leftarrow i, \dots, n+m$  execută  
(14)  afisează șirul  $c[k];$ 
```

Fig. 4. Sortare Merge Sort-pseudocod

Algoritmi de sortare

- **Exemplificare algoritm Merge Sort:**
 - Fiind date două șiruri ordonate crescător, respectiv șirul $a[10]$ cu $n=7$ elemente numere întregi (1, 3, 5, 7, 8, 10, 11) și șirul $b[10]$ cu $m=5$ elemente numere întregi (2, 4, 6, 9, 12). Șirul $c[20]$ cu $k=n+m$ elemente se obține prin parcurgerea următorilor pași:
-
- $i \leftarrow 1; j \leftarrow 1; k \leftarrow 1;$
 - se verifică dacă $i(1) \leq n(7)$ și $j(1) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită atunci se verifică dacă $a1 > b[1](2)$; condiția nu este îndeplinită; apoi se verifică dacă $a1 < b[1](2)$; condiția este îndeplinită, atunci $c[1] \leftarrow a1$, $i \leftarrow 2$; $k \leftarrow 2$;
 - se verifică dacă $i(2) \leq n(7)$ și $j(1) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită, atunci se verifică dacă $a[2](3) > b[1](2)$; condiția este îndeplinită și atunci $c[2] \leftarrow b[1](2)$, $j \leftarrow 2$; $k \leftarrow 3$;
 - se verifică dacă $i(2) \leq n(7)$ și $j(2) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită, atunci se verifică dacă $b[2](4) > a[2](3)$; condiția este îndeplinită și atunci $c[3] \leftarrow a[2](3)$, $i \leftarrow 3$; $k \leftarrow 4$;
 - se verifică dacă $i(3) \leq n(7)$ și $j(2) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită, atunci se verifică dacă $a[3](5) > b[2](4)$; condiția este îndeplinită și atunci $c[4] \leftarrow b[2](4)$, $j \leftarrow 3$; $k \leftarrow 5$;
 - se verifică dacă $i(3) \leq n(7)$ și $j(3) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită, atunci se verifică dacă $b[3](6) > a[3](5)$; condiția este îndeplinită și atunci $c[5] \leftarrow a[3](5)$, $i \leftarrow 4$; $k \leftarrow 6$;

Algoritmi de sortare

- se verifică dacă $i(4) \leq n(7)$ și $j(3) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită, atunci se verifică dacă $a[4](7) > b[3](6)$; condiția este îndeplinită și atunci $c[6] \leftarrow b[3](6)$, $j \leftarrow 4$; $k \leftarrow 7$;
- se verifică dacă $i(4) \leq n(7)$ și $j(4) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită, atunci se verifică dacă $b[4](9) > a[4](7)$; condiția este îndeplinită și atunci $c[7] \leftarrow a[4](7)$, $i \leftarrow 5$; $k \leftarrow 8$;
- se verifică dacă $i(5) \leq n(7)$ și $j(4) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită, atunci se verifică dacă $a[5](8) > b[4](9)$; condiția nu este îndeplinită și atunci se verifică dacă $a[5](8) < b[4](9)$; condiția este îndeplinită și $c[8] \leftarrow a[5](8)$, $i \leftarrow 6$; $k \leftarrow 9$;
- se verifică dacă $i(6) \leq n(7)$ și $j(4) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită, atunci se verifică dacă $a[6](10) > b[4](9)$; condiția este îndeplinită și atunci $c[9] \leftarrow b[4](9)$, $j \leftarrow 5$; $k \leftarrow 10$;
- se verifică dacă $i(6) \leq n(7)$ și $j(5) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită, atunci se verifică dacă $b[5](12) > a[6](10)$; condiția este îndeplinită și atunci $c[10] \leftarrow a[6](10)$, $i \leftarrow 7$; $k \leftarrow 11$;
- se verifică dacă $i(7) \leq n(7)$ și $j(5) \leq m(5)$; condiția este îndeplinită, atunci se verifică dacă $a[7](11) > b[5](12)$; condiția nu este îndeplinită și atunci se verifică dacă $a[7](11) < b[5](12)$; condiția este îndeplinită și atunci $c[11] \leftarrow a[7](11)$, $i \leftarrow 8$; $k \leftarrow 12$;
- a mai rămas un element în cel de-al doilea șir, respectiv $b[5](12)$ care nu mai are cu ce element din primul șir să fie comparat, motiv pentru care se adaugă pur și simplu la sfârșitul celorlalte elemente din șirul rezultat, respectiv $c[12] \leftarrow b[5](12)$;
- se verifică dacă $i(8) \leq n(7)$ și $j(5) \leq m(5)$; condiția nu mai este îndeplinită, toate elementele celor două șiruri au fost epuizate, motiv pentru care algoritmul se încheie, șirul obținut $c[12]$ fiind șirul ordonat crescător $[c[1] \leftarrow a1, c[2] \leftarrow b[1](2), c[3] \leftarrow a[2](3), c[4] \leftarrow b[2](4), c[5] \leftarrow a[3](5), c[6] \leftarrow b[3](6), c[7] \leftarrow a[4](7), c[8] \leftarrow a[5](8), c[9] \leftarrow b[4](9), c[10] \leftarrow a[6](10), c[11] \leftarrow a[7](11), c[12] \leftarrow b[5](12)]$.

Algoritmi de sortare

- **Sortarea prin selecție (Selection Sort):**
- face parte din familia de tehnici de sortare care au la bază ideea selecției repetate de elemente;
- acest tip de sortare presupune selecția repetată fie a valorii maxime, fie a valorii minime dintr-un tablou unidimensional;
- sortarea prin selecția minimului sau a maximului este o metodă de ordonare prin selectarea unui element și plasarea lui pe poziția sa finală direct în vectorul considerat (fie acesta vectorul $V[30]$ cu elementele v_1, v_2, \dots, v_n);
- de exemplu, în caz de ordonare crescătoare a elementelor vectorului, pornind de la primul element se caută valoarea minimă din vector; aceasta se plasează pe prima poziție din vector printr-o interschimbare realizată între elementul de pe prima poziție și elementul minim de pe poziția k ; apoi, se reia algoritmul pornind de la a doua poziție și se caută minimul între elementele v_2, \dots, v_n ; minimul găsit se interschimbă cu al doilea element din șir, dacă este cazul; procedeul se continuă până la ultimul element din vector.

Algoritmi de sortare

```
(1) pentru  $i \leftarrow 0, n-1$  execută  
(2)    $\text{pivot} \leftarrow i$ ;  
(3)   pentru  $j \leftarrow i+1, n$  execută  
(4)     dacă  $v[j] < v[\text{pivot}]$  atunci  
(5)        $\text{pivot} \leftarrow j$ ;  
(6)        $\text{aux} \leftarrow v[i]$ ;  
(7)        $v[i] \leftarrow v[\text{pivot}]$ ;  
(8)        $v[\text{pivot}] \leftarrow \text{aux}$ ;  
(9) sfârșit;
```

Fig. 5. Sortare prin selecție minim - pseudocod.

Algoritmi de sortare

- **Exemplificare mod lucru algoritm de sortare prin selecția repetată a minimului** a elementelor din vectorul $V=[3, 2, 0, 1, 4]$, cu $n=5$ elemente.
- $i \leftarrow 0$, $\text{pivotal} \leftarrow 0$, $j \leftarrow 1$; dacă $v[1](2) < v[0](3)$ atunci $\text{pivotal} \leftarrow 1$ și se interschimbă $v[0]$ cu $v[1]$, vectorul V devine $[2, 3, 0, 1, 4]$;
- $i \leftarrow 0$, $\text{pivotal} \leftarrow 0$, $j \leftarrow 2$; dacă $v[2](0) < v[0](2)$ atunci $\text{pivotal} \leftarrow 2$ și se interschimbă $v[0]$ cu $v[2]$, vectorul V devine $[0, 3, 2, 1, 4]$;
- $i \leftarrow 0$, $\text{pivotal} \leftarrow 0$, $j \leftarrow 3$; nu este îndeplinită condiția $v[3](1) < v0$;
- $i \leftarrow 0$, $\text{pivotal} \leftarrow 0$, $j \leftarrow 4$; nu este îndeplinită condiția $v4 < v0$;
- $i \leftarrow 1$, $\text{pivotal} \leftarrow 1$, $j \leftarrow 2$; dacă $v2 < v[1](3)$ atunci $\text{pivotal} \leftarrow 2$ și se interschimbă $v[2]$ cu $v[1]$, vectorul V devine $[0, 2, 3, 1, 4]$;
- $i \leftarrow 1$, $\text{pivotal} \leftarrow 1$, $j \leftarrow 3$; dacă $v[3](1) < v[1](2)$ atunci $\text{pivotal} \leftarrow 1$ și se interschimbă $v[3]$ cu $v[1]$, vectorul V devine $[0, 1, 3, 2, 4]$;
- $i \leftarrow 1$, $\text{pivotal} \leftarrow 1$, $j \leftarrow 4$; nu este îndeplinită condiția dacă $v4 < v1$;
- $i \leftarrow 2$, $\text{pivotal} \leftarrow 2$, $j \leftarrow 3$; dacă $v[3](2) < v[2](3)$ atunci $\text{pivotal} \leftarrow 3$ și se interschimbă $v[3]$ cu $v[2]$, vectorul V devine $[0, 1, 2, 3, 4]$ și algoritmul se oprește pentru că vectorul este deja ordonat crescător.

Algoritmi de sortare

- **Sortarea prin numărare (Count Sort):**
- constă în găsirea pentru fiecare element a_i ($i=1, \dots, n$) al unui vector $A=\{a_1, \dots, a_n\}$ cu n elemente numere întregi, a numărului de elemente din vector mai mici decât elementul considerat a_i ($i=1, \dots, n$); dacă există k elemente mai mici decât a_i , atunci clar elementul a_i trebuie să se afle pe poziția $k+1$ în vectorul sortat.
- Se utilizează trei tipuri de vectori, și anume:
 - vectorul inițial $A=\{a_1, \dots, a_n\}$ ce se dorește a se sorta;
 - vectorul $B=\{b_1, \dots, b_n\}$ în care se reține pentru fiecare element a_i ($i=1, \dots, n$) al vectorului A , numărul de elemente mai mici decât a_i ;
 - un vector auxiliar $C=\{c_1, \dots, c_n\}$ (copia vectorului A) în care se salvează elementele vectorului inițial A .
- la finalul algoritmului, se rescriu în ordine crescătoare elementele vectorului A pe baza valorilor memorate în vectorii B și C .

Algoritmi de sortare

- (1) pentru $i \leftarrow 0, n-1$ execută
- (2) $c[i] \leftarrow a[i];$
- (3) pentru $i \leftarrow 0, n-1$ execută
- (4) pentru $j \leftarrow i+1, n-1$ execută
- (5) dacă $a[i] < a[j]$ atunci $b[j] \leftarrow b[j] + 1;$
- (6) altfel $b[i] \leftarrow b[i] + 1;$
- (7) pentru $i \leftarrow 0, n-1$ execută
- (8) $a[b[i]] \leftarrow c[i];$
- (9) pentru $i \leftarrow 0, n-1$ execută
- (10) afișează $a[i];$

Fig. 6. Sortarea prin numărare-pseudocod

Algoritmi de sortare

- **Exemplificare algoritm sortare prin numărare:**
 - fie vectorul $A=[10, 20, 3, 6, 4]$; pentru sortarea crescătoare a vectorului dat folosind **sortarea prin numărare**, pașii sunt următorii:
-
- se realizează o copie a vectorul A în vectorul C , deci $C=[10, 20, 3, 6, 4]$;
 - se determină elementele vectorului B astfel:
 - pentru $i \leftarrow 1$ se contorizează câte elemente mai mici decât $a[1](10)$ sunt în vectorul A ; numărul obținut, respectiv valoarea 3 se trece în vectorul B , deci $B=[3]$;
 - pentru $i \leftarrow 2$ se contorizează câte elemente mai mici decât $a[2](20)$ sunt în vectorul A ; numărul obținut, respectiv valoarea 4 se adaugă în vectorul B , deci $B=[3, 4]$;
 - pentru $i \leftarrow 3$ se contorizează câte elemente mai mici decât $a3$ sunt în vectorul A ; numărul obținut, respectiv valoarea 0 se adaugă în vectorul B , deci $B=[3, 4, 0]$;
 - pentru $i \leftarrow 4$ se contorizează câte elemente mai mici decât $a[4](6)$ sunt în vectorul A ; numărul obținut, respectiv valoarea 2 se adaugă în vectorul B , deci $B=[3, 4, 0, 2]$;
 - pentru $i \leftarrow 5$ se contorizează câte elemente mai mici decât $a[5](4)$ sunt în vectorul A ; numărul obținut, respectiv valoarea 1 se adaugă în vectorul B , deci $B=[3, 4, 0, 2, 1]$;

Algoritmi de sortare

- se completează elementele vectorului A (folosind informațiile din vectorii B și C), respectiv $A[B[i]] = C[i]$ ($i=0, \dots, n-1$), astfel:
- pentru $i \leftarrow 0$, $A[B[0]] = C[0]$, $A[3] = 10$, respectiv se adaugă în vectorul A valoarea 10 pe poziția 3, deci $A = [_, _, _, 10, _]$;
- pentru $i \leftarrow 1$, $A[B[1]] = C[1]$, $A[4] = 20$, respectiv se adaugă în vectorul A valoarea 20 pe poziția 4, deci $A = [_, _, _, 10, 20]$;
- pentru $i \leftarrow 2$, $A[B[2]] = C[2]$, $A[0] = 3$, respectiv se adaugă în vectorul A valoarea 3 pe poziția 0, deci $A = [3, _, _, 10, 20]$;
- pentru $i \leftarrow 3$, $A[B[3]] = C[3]$, $A[2] = 6$, respectiv se adaugă în vectorul A valoarea 6 pe poziția 2, deci $A = [3, _, 6, 10, 20]$;
- pentru $i \leftarrow 4$, $A[B[4]] = C[4]$, $A[1] = 4$, respectiv se adaugă în vectorul A valoarea 4 pe poziția 1, deci $A = [3, 4, 6, 10, 20]$;
- șirul A ($A = [3, 4, 6, 10, 20]$) este ordonat crescător, algoritmul se încheie.

Algoritmi de sortare

- Sortarea prin inserție (Insertion Sort):
- Fie vectorul $A=\{a_1, \dots, a_n\}$; alg. presupune împărțirea elementelor vectorului inițial în două liste, respectiv o listă sortată formată din primul element al vectorului și o listă nesortată formată din restul elementelor vectorului (din cele $n-1$ elemente rămase).

(1)	pentru $i \leftarrow 1, n-1$ execută
(2)	$j \leftarrow i-1$; terminat $\leftarrow 0$; aux $\leftarrow x[i]$;
(3)	execută
(4)	dacă aux $< x[j]$ atunci
(5)	$x[j+1] \leftarrow x[j]$; $j \leftarrow j-1$;
(6)	altfel terminat = 1;
(7)	sfârșit;
(8)	cât timp $j < -1$ and not(terminat);
(9)	$x[j+1] \leftarrow aux$;
(10)	sfârșit;

Fig. 7. Sortarea prin inserție - pseudocod

Algoritmi de sortare

- **Exemplificare sortare prin inserție (Insertion Sort):**
- Fie vectorul $A = \{a_1, \dots, a_n\}$; alg. presupune împărțirea elementelor vectorului inițial în două liste, respectiv o listă sortată formată din primul element al vectorului și o listă nesortată formată din restul elementelor vectorului (din cele $n-1$ elemente rămase).

- De exemplu, fie vectorul inițial $A = [4, 3, 1, 6, 5]$. Lista ordonată L_1 va conține primul element din vectorul A ($L_1 = (4)$), iar lista L_2 va conține restul de 4 elemente rămase, respectiv $L_2 = (3, 1, 6, 5)$. Sortarea crescătoare prin inserție a elementelor vectorului A presupune parcurgerea următorilor pași:
- se caută poziția primului element din lista L_2 (3) în lista ordonată $L_1 = (4)$ și se deplasează cu o poziție spre dreapta primul element, obținându-se șirul $A = [3, 4, 1, 6, 5]$;
- se caută poziția elementului 1 din lista L_2 în lista ordonată $L_1 = (3, 4)$ și se deplasează cu o poziție spre dreapta elementele 3 și 4, obținându-se șirul $A = [1, 3, 4, 6, 5]$;
- pentru că elementul 6 din L_2 este mai mare strict decât elementul 4 din $L_1 = (1, 3, 4)$, nu se vor realiza deplasări, vectorul rămânând neschimbat, respectiv $A = [1, 3, 4, 6, 5]$;
- se caută poziția elementului 5 din lista L_2 în lista ordonată $L_1 = (1, 3, 4, 6)$ și se deplasează cu o poziție spre dreapta elementul 6, obținându-se șirul $A = [1, 3, 4, 5, 6]$.
- șirul obținut este sortat crescător, algoritmul de sortare prin inserție se încheie.

Algoritmi de sortare

- Sortarea rapidă (Quick Sort):
- În cadrul acestei sortări, fiind dat un șir cu n elemente numere întregi, se alege un element (așa numit pivot), iar restul elementelor din șir sunt împărțite în două subșiruri:
 - un subșir cu elementele mai mici decât elementul de partiție;
 - un subșir cu elementele mai mari sau egale cu acesta;
- Același proces este apoi aplicat recursiv la cele două subșiruri;
- Când un subșir are mai puțin de două elemente, nu are nevoie de nicio sortare, aceasta oprind recursivitatea.

Algoritmi de sortare

- Pentru rezolvare, s-a definit funcția $int\ poz(int\ l_p, int\ l_d)$, care tratează porțiunea din vector cuprinsă între limita inferioară l_i și limita superioară l_d .
- Această funcție a fost concepută astfel:
 - inițial indicele i primește valoarea l_p iar j valoarea l_d ;
 - se setează modul de lucru, respectiv modul de lucru 1, în care i rămâne constant, iar j scade cu o unitate;
 - atâta timp cât $i < j$, se execută:
 - dacă $a[i] > a[j]$, atunci se inversează cele două elemente și se schimbă modul de lucru, respectiv se trece în modul de lucru 2, în care i crește cu o unitate, iar j rămâne constant;
 - i și j se modifică în funcție de modul de lucru în care se află programul;
 - funcția returnează i , adică prima componentă $a[i]$ este poziționată pe o poziție i cuprinsă între l_i și l_j , astfel încât toate elementele vectorului cuprinse între l_i și $i-1$ să fie mai mici sau egale decât $a[i]$, iar toate elementele vectorului cuprinse între $i+1$ și l_d să fie mai mari sau egale decât $a[i]$.
- De asemenea, s-a utilizat și funcția recursivă directă $void\ QS(int\ li, int\ ld)$, în care:
 - se apelează $poz(li, ld)$;
 - se apelează QS pentru li și $i-1$;
 - se apelează QS pentru $i+1, ld$.
- **Implementare recursivă Quick Sort, pag. 37.**

-
- Testarea aplicațiilor 9.2.1, 9.2.2 și 9.2.3, pag. 225-229;
 - Aplicații propuse: aplicațiile din cadrul lucrării de laborator nr. 13, pag. 229;
 - **Obs:** se va utiliza cartea “*Elemente de proiectarea algoritmilor. Ghid teoretic și practic*”, Șef lucr. dr. mat. Cărbureanu Mădălina, Editura Universității Petrol-Gaze din Ploiești, 2021.

Să vă fie de folos și spor la lucru!